

EXERCICE N°1 :

Voir annexe qui sera complétée et rendue avec la copie.

EXERCICE N°2 :

Sur la figure ci-contre est tracé la courbe représentation d'une fonction f dans un repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$

On sait que :

- La droite Δ d'équation : $y = x-1$ est une asymptote à la courbe (ζ_f) au voisinage de $+\infty$.
- La droite d'équation $x = 1$ est une asymptote à la courbe (ζ_f) .
- La droite d'équation $y = 3$ est une asymptote à la courbe (ζ_f)

1/ Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$

2/ a- calculer $f'(2)$ et $f'(-1)$

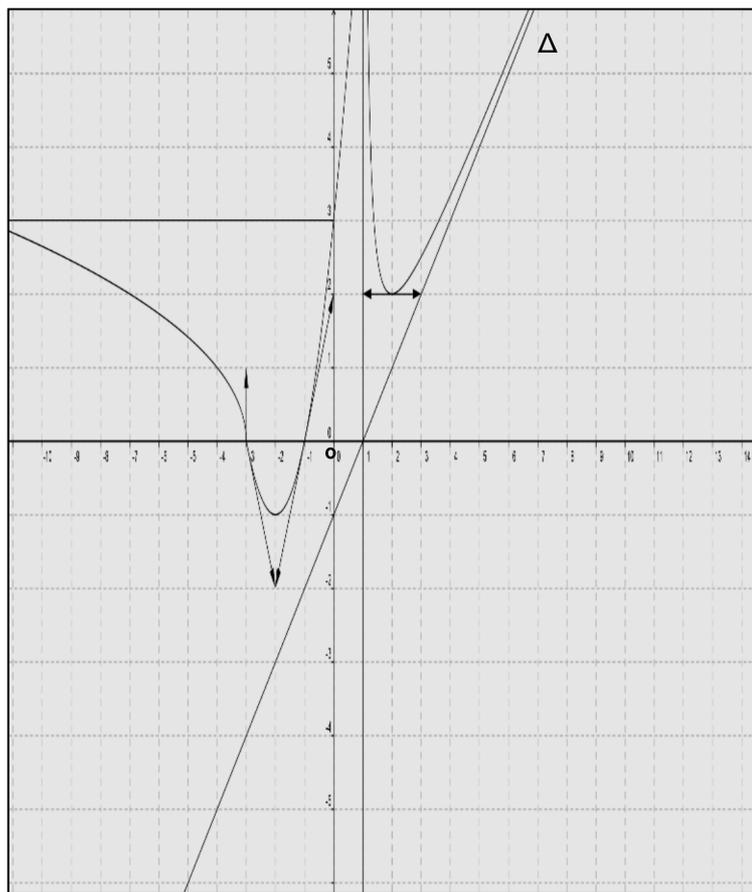
b- Donner une approximation affine du réel $f(-0.998)$

4/ a- f est-elle dérivable à gauche en -3 ? Justifier.

b- Déterminer $\lim_{x \rightarrow (-3)^-} \frac{f(x) - f(-3)}{x + 3}$

4/ soit la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par $g(x) = f(x) + x^2$. Montrer que :

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x) - g(-1)}{x + 1} = 0$$



EXERCICE N°3 :

Le plan est orienté dans le sens direct, on donne un triangle ABC rectangle et isocèle en A tel que : $AB = 4$ (voir annexe) et $(\vec{AB}, \vec{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

1) Donner la mesure principale de (\vec{CA}, \vec{CB})

2) Soit D un point du plan tel que ABD est équilatéral de sens direct.

a- Déterminer la mesure principale de (\vec{AD}, \vec{AC}) et (\vec{AD}, \vec{BC})

b- Calculer le dét (\vec{AB}, \vec{AD})

3) Soit E le point tel que CAE est un triangle isocèle en C et tel que $(\vec{CA}, \vec{CE}) \equiv -\frac{2\pi}{3} [2\pi]$

Soit $F = S_{(AB)}(D)$. Déterminer la mesure principale de (\vec{AC}, \vec{AE}) puis celle de

(\vec{AF}, \vec{AB}) . En déduire que A, F et E sont alignés.

4) Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $R = (A, \vec{i}, \vec{j})$

a- Déterminer les coordonnées des points A, B, C et D.

b- Déduire que $\det(\vec{AB}, \vec{AD}) = 8\sqrt{3}$

c- Calculer $\vec{AD} \cdot \vec{BC}$. En déduire $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

EXERCICE N°4 :

I Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . On désigne par (ζ_f) la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = x + 5 + \frac{4}{x-1}$.

1) a- Montrer que f est dérivable en tout réel $a \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ et que $f'(a) = 1 - \frac{4}{(a-1)^2}$

b- Déterminer les points de (ζ_f) où la tangente est perpendiculaire à la droite d'équation : $4x + 3y - 3 = 0$

2) Soit la fonction g définie sur $] -\infty, 1[\cup] 3, +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3} + x - 2$.

On désigne par (ζ_g) sa courbe représentative dans un orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

a- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ et interpréter graphiquement ce résultat.

b- Montrer que la droite $\Delta: y = 2x - 4$ est une asymptote à (ζ_g) au voisinage de $+\infty$.

c- Etudier la position de (ζ_g) par rapport à Δ .

II On considère la fonction h définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} h(x) = f(x) & \text{si } x \in]-\infty, 0[\\ h(x) = 2x^2 - 6x + 1 & \text{si } x \in [0, 3[\\ h(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3} + x + m & \text{si } x \in [3, +\infty[\end{cases}$$

On désigne par (ζ_g) sa courbe représentative dans un orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

1) a- Montrer que h est continue en 0.

b- Etudier la dérivabilité de h en 0 et interpréter graphiquement ce résultat.

c- Déterminer m pour que h soit continue en 3.

2) On prend $m = -2$.

Etudier la dérivabilité à droite en 3 et interpréter graphiquement ce résultat.



Annexe

Nom :

Prénom :

EXERCICE N°1 :

Répondre par vrai ou faux :

1) Soit f une fonction continue et strictement décroissante sur $[1,2]$ tel que $f([1,2]) = [1,2]$. Alors l'équation $f(x) = x$ admet une solution unique.

Vrai

faux

2) Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs du plan :

Si $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ alors $\|\vec{u}\|^2 - \vec{u} \cdot \vec{v} = 16$.

Vrai

faux

3) Soit \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} trois vecteurs non nuls tels que $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv -\frac{\pi}{3} [2\pi]$ et $(\vec{u}, \vec{w}) \equiv \frac{\pi}{12} [2\pi]$.

Alors la mesure principale de l'angle orienté (\vec{v}, \vec{w}) égale à $\frac{7\pi}{12}$.

Vrai

faux

4) OAB triangle rectangle en O tel que : OA = 4 et OB = 3.

Alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = 12$.

Vrai

faux

EXERCICE N°2 :

